中学校数学科

第３学年

Ｄ　円の性質

[思考力・判断力・表現力を育む問題]

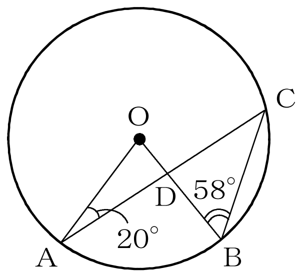
中学校

年　　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　　組　　号 氏名

■練習問題①

右の図の∠AOBの大きさの求め方について，太郎さんと花子さんが考えています。次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。



(1)　太郎さんは，次のように∠AOBの大きさを求めました。

$\boxed{\qquad\quad}$ にあてはまるものを書き入れなさい。

太郎さんの求め方

半径OCをひく。

△OACは，OA＝ $\boxed{\qquad\quad}$ の二等辺三角形だから，

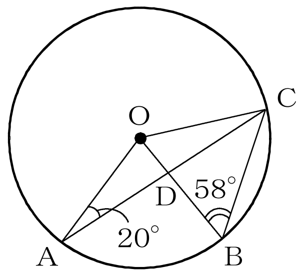
∠OAC＝ $\boxed{\qquad\quad}$ ＝20°　…………①

△OBCは，OB＝ $\boxed{\qquad\quad}$ の二等辺三角形だから，

∠OBC＝ $\boxed{\qquad\quad}$ ＝58°　…………②

①，②より，∠ACB＝ $\boxed{\qquad\quad}$ °

円周角の定理より∠AOBの大きさは，∠ACBの大きさの２倍だから，∠AOB＝ $\boxed{\qquad\quad}$ °



(2)　花子さんは，∠AOBの大きさを x °とし，△ODAと△CDBの内角の関係に着目して，次のような方程式をつくり，求めようと考えました。

花子さんが考えた方程式

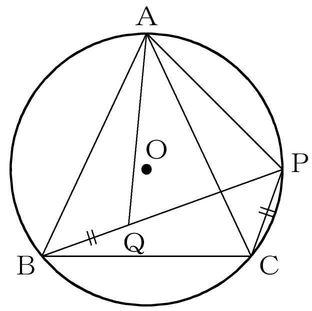
$$x+20=\frac{1}{2}x+58$$

花子さんが考えた方程式が成り立つ理由について，説明しなさい。

【解答】

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②



1　右の図のように，各頂点が円Oの円周上にあってAB＝ACとなる二等辺三角形ABCがあります。弦ACについて点Ｂと反対側の$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$上に点Ｐをとり，PB上にCP＝BQとなる点Ｑをとるとき，△AQPは二等辺三角形になります。このことについて，次のように証明します。$\boxed{\qquad}$にあてはまるものを書き入れなさい。

【解答】

証明　　△ABQと△ACPで，

△ABCは二等辺三角形だから，$\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ ･･･････①

仮定より，$\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ ･･････････････････････････②

$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$に対する円周角より，$\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ ･･････････････③

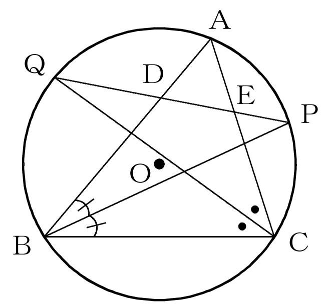
①，②，③より，

$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ ので，

△ABQ≡△ACP

よって，$\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ だから，

△AQPは二等辺三角形である。



2　右の図のように，各頂点が円Oの円周上にある△ABCがあります。△ABCの∠Ｂ，∠Ｃの二等分線をひき，円Oの円周との交点をそれぞれＰ，Ｑとして，さらに，PQとAB，PQとACとの交点をそれぞれＤ，Ｅとするとき，△ADEは，AD＝AEの二等辺三角形になることを証明しなさい。

【解答】

証明

中学校数学科
第３学年
Ｄ　円の性質
［思考力・判断力・表現力を育む問題］
［解答例］

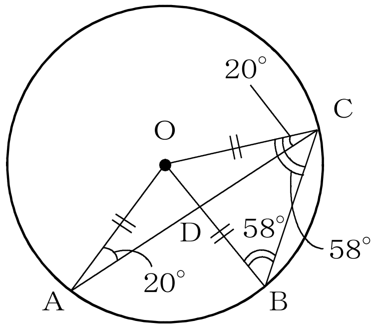
中学校

年　　組　　号　氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　　年　　組　　号 氏名

■練習問題①

(1)



半径OCをひく。

△OACはOA＝ $\boxed{\text{OC}}$ の二等辺三角形だから，

∠OAC＝ $\boxed{\angle\text{OCA}}$ ＝20°　…………①

△OBCはOB＝ $\boxed{\text{OC}}$ の二等辺三角形だから，

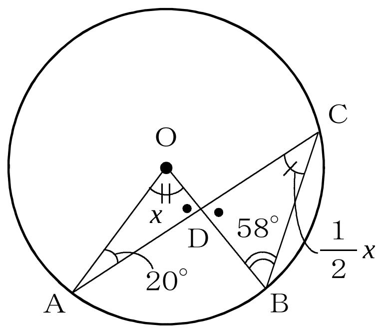
∠OBC＝ $\boxed{\angle\text{OCB}}$ ＝58°　…………②

①，②より，∠ACB＝ $\boxed{38}$ °

円周角の定理より∠AOBの大きさは，∠ACBの大きさの２倍だから，∠AOB＝ $\boxed{76}$ °

【ポイント】
２辺が円の半径である三角形は二等辺三角形になるから，２つの角(底角)が等しくなるね。
また，∠ACB＝∠OCB－∠OCA だから，∠ACB＝38°となるね。

(2)　(解答例１)



円周角の定理より，∠ACBの大きさは，∠AOBの半分の大きさだから，∠AOB＝ x (°)とすれば，

∠ACB＝ $\frac{1}{2}x$ (°)となる。

また，三角形の内角の和は180°であることより，

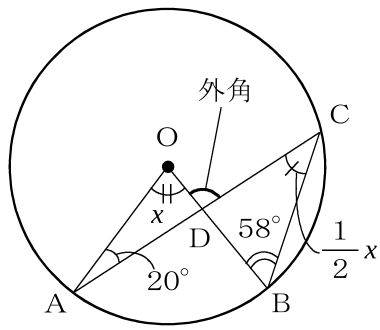
∠AOB＋∠OAD＋∠ODA＝∠ACB＋∠CBD＋∠CDB

よって，$x+20$＋∠OAD＝ $\frac{1}{2}x+58$＋∠CDB

対頂角は等しいので，∠OAD＝∠CDBだから，

$x+20 = \frac{1}{2}x+58$ が成り立つ。

(解答例２)



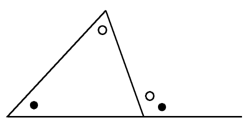
円周角の定理より，∠ACBの大きさは，∠AOBの半分の大きさだから，∠AOB＝ x (°)とすれば，

∠ACB＝ $\frac{1}{2}x$ (°)となる。

∠ODC(∠ADB)は，△ODAの外角であり，△CDBの外角でもあるので，∠AOB＋∠OAD＝∠ACB＋△OBC

よって，$x+20 = \frac{1}{2}x+58$ が成り立つ。

【ポイント】
三角形の１つの外角は，そのとなりにない２つの内角の和に等しいね。



■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

1

証明　△ABQと△ACPで，

△ABCは二等辺三角形だから，$\boxed{\text{AB}}$ ＝ $\boxed{\text{AC}}$ ……①

仮定より，$\boxed{\text{BQ}}$ ＝ $\boxed{\text{CP}}$ ………………………②

$\overset{\frown}{\text{AP}}$に対する円周角より，$\boxed{\angle\text{ABQ}}$ ＝ $\boxed{\angle\text{ACP}}$ …………③

①，②，③より，

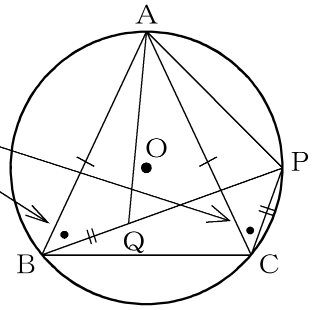
$\boxed{\text{2辺とその間の角がそれぞれ等しい}}$ ので，

△ABQ≡△ACP

よって，$\boxed{\text{AQ}}$ ＝ $\boxed{\text{AP}}$ だから，

△AQPは二等辺三角形である。

【ポイント】
∠ABQ（∠ABP）と∠ACPは，APに対する円周角だから，大きさが等しいね。



2

証明　∠PBC＝∠x，∠QCB＝∠yとすると，

PBは∠Bの二等分線だから，∠ABP＝∠x

また，$\overset{\frown}{\text{PC}}$に対する円周角より，∠PQC＝∠$x$

QCは∠Cの二等分線だから，∠ACQ＝∠y

また，$\overset{\frown}{\text{QB}}$に対する円周角より，∠QPB＝∠$y$

∠ADEは△DBPの外角だから，

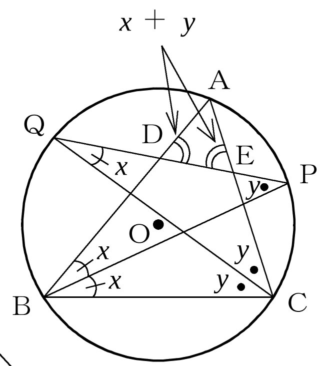
∠ADE＝∠x＋∠y ………………①

∠AEDは△EQCの外角だから，

∠AED＝∠x＋∠y ………………②

①，②より，∠ADE＝∠AEDだから，

△ADEはAD＝AEの二等辺三角形である。



【ポイント】
△ADEがAD＝AEの二等辺三角形であることを証明するためには，∠ADE＝∠AEDであることを示せばいいね。この場合，三角形の外角の性質を使うと，証明がしやすいね。

【ポイント】
この問題のように，大きさの等しい角が，いくつもあるような場合は，解答例のように，文字（x，y 等）におきかえると，証明がしやすいね。